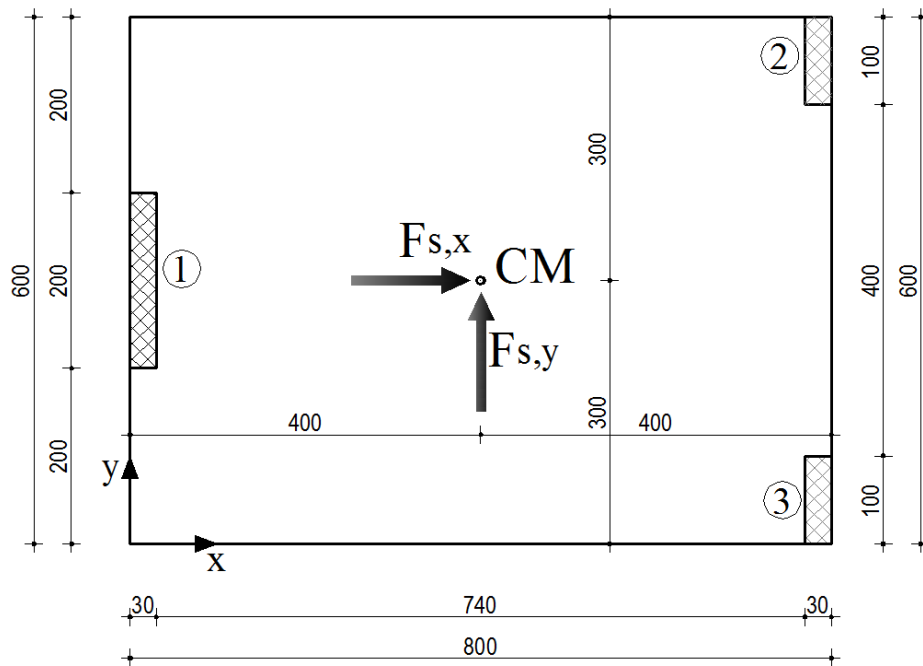


Primjer:

Za jednospratnu armiranobetonsku konstrukciju prikazanu na slici 1 potrebno je odrediti centar masa i centar krutosti. Dati su sljedeći podaci:



Slika 1. Osnova objekta

- zapreminska težina armiranog betona, $\gamma_b = 25 \text{ kN/m}^3$
- debljina ploče, $d_p = 20 \text{ cm}$
- spratna visina, $h = 6.0 \text{ m}$
- jednako podijeljeno opterećenje po ploči, $g = 6.0 \text{ kN/m}^2$
- modul elastičnosti betona, $E = 30 \text{ GPa}$

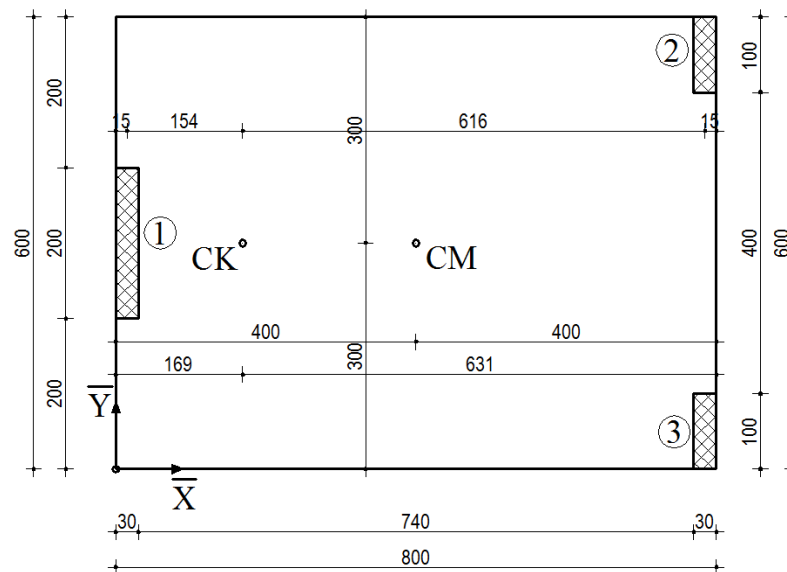
Rješenje:**1) Određivanje centra masa**

Težine po pojedinim elementima (prikazano detaljnije u prethodnom primjeru):

Ploča	= 240 kN
Opterećenje po ploči	= 288 kN
Zidno platno 1	= 45 kN
Stubovi 2 i 3	= 45 kN

Ukupno: $G = 618 \text{ kN}$

Napomena: Zbog jednostavnosti umjesto masa koristiće se težine pojedinih elemenata.



Određivanje centra masa će se sprovesti koristeći koordinatni sistem $\bar{x}, \bar{y}$ (vidi sliku) u skladu sa formulama:

$$\bar{x}_m = \frac{\sum G_i \cdot \bar{x}_i}{\sum G_i}, \quad \bar{y}_m = \frac{\sum G_i \cdot \bar{y}_i}{\sum G_i}$$

Gdje su:

G_i - težina elementa i

$\bar{x}_i, \bar{y}_i$ - x i y koordinate težišta elementa i

$\bar{x}_m, \bar{y}_m$ - x i y koordinate centra masa

$$\bar{x}_m = \frac{\sum G_i \cdot \bar{x}_i}{\sum G_i} = \frac{240 \cdot 4 + 288 \cdot 4 + 45 \cdot 0.15 + 45 \cdot 7.85}{618} = \frac{2472}{618} = 4.0m$$

$$\bar{y}_m = \frac{\sum G_i \cdot \bar{y}_i}{\sum G_i} = \frac{240 \cdot 3 + 288 \cdot 3 + 45 \cdot 3 + 22.5 \cdot 0.5 + 22.5 \cdot 5.5}{618} = \frac{1854}{618} = 3.0m$$

Napomena: S obzirom na evidentnu simetriju, y koordinata centra masa se nije ni morala računati.

2) Određivanje centra krutosti

Određivanje centra krutosti će se sprovesti koristeći koordinatni sistem $\bar{x}, \bar{y}$ (vidi sliku) u skladu sa formulama:

$$\bar{x}_k = \frac{\sum k_{i,y} \cdot \bar{x}_i}{\sum k_{i,y}}, \quad \bar{y}_k = \frac{\sum k_{i,x} \cdot \bar{y}_i}{\sum k_{i,x}}$$

gdje je:

$\bar{x}_i, \bar{y}_i$ - x i y koordinate centra poprečnog presjeka zida (stuba) i

$k_{i,x}, k_{i,y}$ - bočne krutosti poprečnog presjeka zida (stuba) i za x i y osu presjeka respektivno

$\bar{x}_k, \bar{y}_k$ - x i y koordinate centra krutosti

U prethodnom primjeru su izračunate bočne krutosti zida 1 i stubova 2 i 3:

$$\text{Zid 1 - } k_{1,x} = \frac{3EI}{L^3} = 1.875 \cdot 10^3 \frac{kN}{m}$$

$$k_{1,y} = \frac{3EI}{L^3} = 83.3 \cdot 10^3 \frac{kN}{m}$$

$$\text{Stubovi 2 i 3 - } k_{2-3,x} = \frac{3EI}{L^3} = 0.9375 \cdot 10^3 \frac{kN}{m}$$

$$k_{2-3,y} = \frac{3EI}{L^3} = 10.4 \cdot 10^3 \frac{kN}{m}$$

Napomena: U praksi se umjesto bočne krutosti k , zbog jednostavnosti proračuna, znatno češće upotrebljava moment inercije poprečnog presjeka I . U slučaju da je cjelokupna konstrukcija od istog materijala (isti moduo elastičnosti E) i da su svi vertikalni elementi iste visine (isto L) dobijaju se identični rezultati.

Dalje slijedi:

$$\bar{x}_k = \frac{\sum k_{i,y} \cdot \bar{x}_i}{\sum k_{i,y}} = \frac{83.3 \cdot 10^3 \cdot 0.15 + 2 \cdot 10.4 \cdot 10^3 \cdot 7.85}{83.3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10.4 \cdot 10^3} = \frac{175.78 \cdot 10^3}{104.1 \cdot 10^3} = 1.69m$$

$$\bar{y}_k = \frac{\sum k_{i,x} \cdot \bar{y}_i}{\sum k_{i,x}} = \frac{1.875 \cdot 10^3 \cdot 3.0 + 0.9375 \cdot 10^3 \cdot 0.5 + 0.9375 \cdot 10^3 \cdot 5.5}{1.875 \cdot 10^3 + 2 \cdot 0.9375 \cdot 10^3} = \frac{11.25 \cdot 10^3}{3.75 \cdot 10^3} = 3.0m$$

Napomena: Kao i kod određivanja centra masa, y koordinata centra krutosti se zbog simetrije nije ni morala računati.